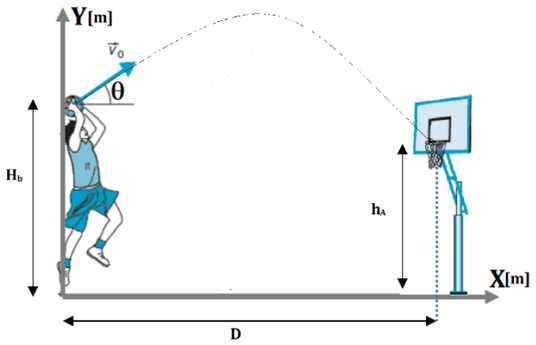
Problema. El basquetbolista Sakuragi realiza una apuesta a su eterno rival Rukawa la que consite en encestar con un tiro con salto, como se muestra en la figura. Si Sakuragi suelta el balón a una altura $\mathbf{H_b=2.50[m]}$ con una rapidez de salida al balón de $\mathbf{V_0}$ con un ángulo de salida $\boldsymbol{\theta}$ una distancia del aro **D=4.5[m]**. Si la altura del aro es $\mathbf{h_A=2.4[m]}$ y considernado que Sakuragi gana la apuesta tomandole un tiempo de **5[s]**, entonces determine para el balón:



a) Condiciones iniciales (con **θ y V_0** incógnitas).

$\vec{a} = \vec{g} = -9.8\hat{j}[m/s^2]$ (0,5p) $\quad \vec{v_0} = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}[m/s]$ (1p) $\quad \vec{r_0} = 0\hat{i} + H_b\vec{j} = 2.5\hat{j}[m]$ (0,5p)

b) (Integrando) Las ecuaciones de movimiento.

Para la obtener la ecuación de velocidad** $\vec{v}(t)$

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}dt = \int -9.8\hat{j}dt = -9.8t\hat{j} + C_1$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{v}(t=0) = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j} = -9.8*0 + C_1$$

$$C_1 = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la velocidad resulta:

$$\vec{v}(t) = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}$$ (2p)

Para la obtener la ecuación de posición $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}dt = \int [v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}]dt = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (v_0\sin\theta\, t - 9.8\frac{t^2}{2})\hat{j}] + C_2$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{r}(t=0) = 2.5\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 0\hat{i} + (v_0\sin\theta\cdot 0 - 9.8\frac{0^2}{2})\hat{j}] + C_2 \rightarrow \quad C_2 = 2.5\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la posición resulta:

$$\vec{r}(t) = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (2.50 + v_0\sin\theta\, t - 4.9\, t^2)\hat{j}][m]$$ (2p)

c) Valor de la rapidez de salida $\mathbf{V_0}$ y del ángulo de salida **θ**.

Como el balón entra en el aro cumple la condición de posición y tiempo:

$$\vec{r}(t_e) = D\hat{i} + h_A\hat{j} = [v_0\cos\theta\, t_e\hat{i} + (H_b + v_0\sin\theta\, t_e - 4.9t_e^2)\hat{j}]$$

Para este caso $t_e = 5[s]$:

$$4.5\hat{i} + 2.4\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 5\hat{i} + (2.5 + v_0\sin\theta\cdot 5 - 4.9\cdot 5^2)\hat{j}]$$ (2p)

igualando por componente se obtiene:

(2p)
$$\begin{cases} (1)\ 4.5 = v_0\cos\theta\cdot 5 \\ (2)\ 2.4 = 2.5 + v_0\sin\theta\cdot 5 - 4.9\cdot 5^2 \end{cases}$$

Despejamos v_0 de la ecuación (1):

$$v_0 = \frac{D}{\cos\theta\cdot t_e} = \frac{4.5}{\cos\theta\cdot 5}$$ Reemplazamos en (2): $\quad 2.4 = 2.5 + \frac{4.5}{\cos\theta\cdot 5}\sin\theta\cdot 5 - 4.9\cdot 5^2$

$$-4.9\cdot 5^2 + 4.5\tan\theta + (2.5 - 2.4) = 0$$

Despejando $\tan\theta$

$$\tan\theta = \frac{4.9t_e^2 - (H_b - h_A)}{D} = \frac{4.9\cdot 5^2 - (2.5 - 2.4)}{4.5}$$

$$\tan\theta = 27.2 \Rightarrow \ \theta = 87.89°$$ (3p)

Entonces La rapidez de salida es v_0: $v_0 = 24.496 \approx 24.50[m/s]$ (3p)

d) Altura máxima.

La característica es $\vec{v}(t') = \vec{v_x} + 0\hat{j}$ en la altura máxima la componente de velocidad en Y es cero.
Reemplazamos en la ecuación para la velocidad:

$$\vec{v}(t'') = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t'')\hat{j} = 24.5\cos(87.89)\hat{i} + 0$$ (1p)

entonces al igualar las componentes se obtiene:

$$24.5\sin(87.89) - 9.8t'' = 0 \rightarrow \quad t'' = \frac{24.5\sin(87.89)}{9.8} = 2.5[s]$$ (2p)

El tiempo en alcanzar la altura máxima es $t'' = 2.5[s]$

Evaluamos el tiempo $t'' = 2.5[s]$ en:

$$\vec{r}(t'') = 24.5\cos(87.89)\cdot 2.5\hat{i} + [2.50 + 24.5\sin(87.89)\cdot 2.5 - 4.9\cdot 2.5^2]\hat{j}[m]$$

La altura máxima es 33.07[m] 3p

e) La rapidez ($|\vec{v}|$) con la que entra al aro.

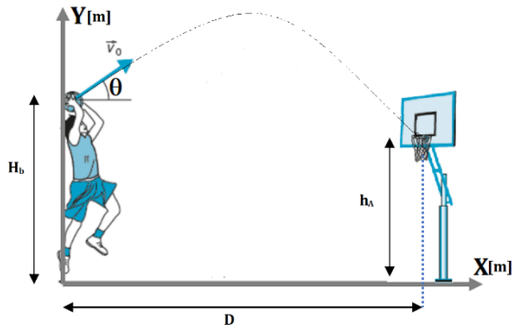
Para determinar la velocidad con la que el balón entra en el aro se evalúa en el tiempo de vuelo del balón en la ecuación de velocidad:

$$\vec{v}(t = 5[s]) = 24.5\cos(87.89)\hat{i} + (24.5\sin(87.89) - 9.8*5)\hat{j} = 0.9\hat{i} - 24.52\hat{j}$$ (2p)

La rapidez es:

$$V = \sqrt{0.9^2 + 24.52^2} = 24.53\ [m/s]$$ (3p)

Problema. El basquetbolista Sakuragi realiza una apuesta a su eterno rival Rukawa la que consite en encestar con un tiro con salto, como se muestra en la figura. Si Sakuragi suelta el balón a una altura $\mathbf{H_b=3.0[m]}$ con una rapidez de salida al balón de $\mathbf{V_0}$ con un ángulo de salida $\boldsymbol{\theta}$ una distancia del aro **D=6.0[m]**. Si la altura del aro es $\mathbf{h_A=2.0[m]}$ y considerado que Sakuragi gana la apuesta tomandole un tiempo de 2**[s]**, entonces determine para el balón:



a) Condiciones iniciales (con **θ y V_0** incógnitas).

$$\vec{a} = \vec{g} = -9.8\hat{j}[m/s^2] \qquad \vec{v_0} = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}[m/s] \qquad \vec{r_0} = 0\hat{i} + H_b\vec{j} = 3.0\hat{j}[m]$$

(0,5 p) (1 p) (0,5 p)

b) (Integrando) Las ecuaciones de movimiento.

Para la obtener la ecuación de velocidad** $\vec{v}(t)$

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}dt = \int -9.8\hat{j}dt = -9.8t\hat{j} + C_1$$

(1p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{v}(t=0) = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j} = -9.8 * 0 + C_1$$

$$C_1 = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la velocidad resulta:

$$\vec{v}(t) = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}$$

(2p)

Para la obtener la ecuación de posición $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}dt = \int [v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}]dt = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (v_0\sin\theta\, t - 9.8\frac{t^2}{2})\hat{j}] + C_2$$

(4p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{r}(t=0) = 3.0\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 0\hat{i} + (v_0\sin\theta\cdot 0 - 9.8\frac{0^2}{2})\hat{j}] + C_2 \rightarrow \quad C_2 = 3.0\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la posición resulta:

$$\vec{r}(t) = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (3.0 + v_0\sin\theta\, t - 4.9\, t^2)\hat{j}][m]$$

(2p)

c) Valor de la rapidez de salida $\mathbf{V_0}$ y del ángulo de salida **θ**.

Como el balón entra en el aro cumple la condición de posición y tiempo:

$$\vec{r}(t_e) = D\hat{i} + h_A\hat{j} = [v_0\cos\theta\, t_e\hat{i} + (H_b + v_0\sin\theta\, t_e - 4.9t_e^2)\hat{j}]$$

Para este caso $t_e = 2[s]$:

$$6.0\hat{i} + 2\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 2\hat{i} + (3 + v_0\sin\theta\cdot 2 - 4.9\cdot 2^2)\hat{j}]$$

(2p)

igualando por componente se obtiene: (2p)

(1) $6.0 = v_0\cos\theta\cdot 2$

(2) $2 = 3.0 + v_0\sin\theta\cdot 2 - 4.9\cdot 2^2$

Despejamos v_0 de la ecuación (1):

$$v_0 = \frac{D}{\cos\theta\cdot t_e} = \frac{6}{\cos\theta\cdot 2}$$

Reemplazamos en (2):

$$2.0 = 3.0 + \frac{6}{\cos\theta\cdot 2}\sin\theta\cdot 2 - 4.9\cdot 2^2$$

$$-4.9\cdot 2^2 + 6.0\tan\theta + (3.0 - 2.0) = 0$$

Despejando $\tan\theta$

$$\tan\theta = \frac{4.9t_e^2 - (H_b - h_A)}{D} = \frac{4.9\cdot 2^2 - (3.0 - 2.0)}{6.0}$$

Entonces: $\tan\theta = 3.1 \Rightarrow \theta = 72.12^\circ$ (3p)

La rapidez de salida es v_0:

$$v_0 = 9.77[m/s]$$

(3p)

d) Altura máxima.

La característica es $\vec{v}(t') = \vec{v_x} + 0\hat{j}$ en la altura máxima la componente de velocidad en Y es cero. Reemplazamos en la ecuación para la velocidad:

$$\vec{v}(t'') = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t'')\hat{j} = 9.77\cos(72.12)\hat{i} + 0$$

(1p)

entonces al igualar las componentes se obtiene:

$$9.77\sin(72.12) - 9.8t'' = 0 \rightarrow \quad t'' = \frac{9.77\sin(72.12)}{9.8} = 0.95[s]$$

(2p)

El tiempo en alcanzar la altura máxima es $t'' = 0.95[s]$

Evaluamos el tiempo $t'' = 0.95[s]$ en:

$$\vec{r}(t'') = 9.77\cos(72.12)\cdot 0.95\hat{i} + [3.0 + 9.77\sin(72.12)\cdot 0.95 - 4.9\cdot 0.95^2]\hat{j}[m]$$

La altura máxima es 7.41[m]

(3p)

e) La rapidez ($|\vec{v}|$) con la que entra al aro.

Para determinar la velocidad con la que el balón entra en el aro se evalúa en el tiempo de vuelo del balón en la ecuación de velocidad:

$$\vec{v}(t = 2[s]) = 9.77\cos(72.12)\hat{i} + (9.77\sin(72.12) - 9.8 * 2)\hat{j} = \quad 3.0\hat{i} - 10.3\hat{j}$$

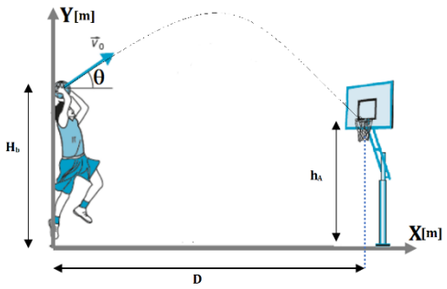
(2p)

La rapidez de salida es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 10.73[m/s]$$

(3p)

Problema. El basquetbolista Sakuragi realiza una apuesta a su eterno rival Rukawa la que consite en encestar con un tiro con salto, como se muestra en la figura. Si Sakuragi suelta el balón a una altura $\mathbf{H_b=2.7[m]}$ con una rapidez de salida al balón de $\mathbf{V_0}$ con un ángulo de salida $\boldsymbol{\theta}$ una distancia del aro **D=5.0[m]**. Si la altura del aro es $\mathbf{h_A=2.6[m]}$ y considernado que Sakuragi gana la apuesta tomandole un tiempo de 3**[s]**, entonces determine para el balón:



a) Condiciones iniciales (con **θ y V_0** incógnitas).

$$\vec{a}=\vec{g}=-9.8\hat{j}[m/s^2] \quad \vec{v_0}=v_0\cos\theta\hat{i}+v_0\sin\theta\hat{j}[m/s] \quad \vec{r_0}=0\hat{i}+H_b\vec{j}=2.7\hat{j}[m]$$

0,5p 1p 0,5p

b) (Integrando) Las ecuaciones de movimiento.

Para la obtener la ecuación de velocidad** $\vec{v}(t)$

$$\vec{v}(t)=\int \vec{a}dt=\int -9.8\hat{j}dt=-9.8t\hat{j}+C_1$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{v}(t=0)=v_0\cos\theta\hat{i}+v_0\sin\theta\hat{j}=-9.8*0+C_1$$

$$C_1=v_0\cos\theta\hat{i}+v_0\sin\theta\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la velocidad resulta:

$$\vec{v}(t)=v_0\cos\theta\hat{i}+(v_0\sin\theta-9.8t)\hat{j}$$ (2p)

Para la obtener la ecuación de posición $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}(t)=\int \vec{v}dt=\int[v_0\cos\theta\hat{i}+(v_0\sin\theta-9.8t)\hat{j}]dt=[v_0\cos\theta\, t\hat{i}+(v_0\sin\theta\, t-9.8\frac{t^2}{2})\hat{j}]+C_2$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{r}(t=0)=2.7\hat{j}=[v_0\cos\theta\cdot 0\hat{i}+(v_0\sin\theta\cdot 0-9.8\frac{0^2}{2})\hat{j}]+C_2 \rightarrow \; C_2=2.7\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la posición resulta:

$$\vec{r}(t)=[v_0\cos\theta\, t\hat{i}+(2.7+v_0\sin\theta\, t-4.9\,t^2)\hat{j}][m]$$ (2p)

c) Valor de la rapidez de salida $\mathbf{V_0}$ y del ángulo de salida **θ**.

Como el balón entra en el aro cumple la condición de posición y tiempo:

$$\vec{r}(t_e)=D\hat{i}+h_A\hat{j}=[v_0\cos\theta\, t_e\hat{i}+(H_b+v_0\sin\theta\, t_e-4.9t_e^2)\hat{j}]$$

Para este caso $t_e=3[s]$:

$$5.0\hat{i}+2.6\hat{j}=[v_0\cos\theta\cdot 3\hat{i}+(2.7+v_0\sin\theta\cdot 3-4.9\cdot 3^2)\hat{j}]$$

igualando por componente se obtiene:

2p
$$\begin{cases}(1)\quad 5.0=v_0\cos\theta\cdot 3\\ (2)\quad 2.6=2.7+v_0\sin\theta\cdot 3-4.9\cdot 3^2\end{cases}$$

Despejamos v_0 de la ecuación (1):

$$v_0=\frac{D}{\cos\theta\cdot t_e}=\frac{5}{\cos\theta\cdot 3}$$

Reemplazamos en (2):

$$2.6=2.7+\frac{5}{\cos\theta\cdot 3}\sin\theta\cdot 3-4.9\cdot 3^2$$

$$-4.9\cdot 3^2+5.0\tan\theta+(2.7-2.6)=0$$

Despejando $\tan\theta$

$$\tan\theta=\frac{4.9t_e^2-(H_b-h_A)}{D}=\frac{4.9\cdot 3^2-(2.7-2.6)}{5.0}$$

Entonces:

$$\tan\theta=8.8\Rightarrow\ \theta=83.52^\circ$$ 3p

La rapidez de salida es v_0:

$$v_0=14.76[m/s]$$ 3p

d) Altura máxima.

La característica es $\vec{v}(t')=\vec{v_x}+0\hat{j}$ en la altura máxima la componente de velocidad en Y es cero.
Reemplazamos en la ecuación para la velocidad:

$$\vec{v}(t'')=v_0\cos\theta\hat{i}+(v_0\sin\theta-9.8t'')\hat{j}=14.76\cos(83.52)\hat{i}+0$$ 1p

entonces al igualar las componentes se obtiene:

$$14.76\sin(83.52)-9.8t''=0\rightarrow\quad t''=\frac{14.76\sin(83.52)}{9.8}=1.50[s]$$ 2p

El tiempo en alcanzar la altura máxima es $t''=1.50[s]$

Evaluamos el tiempo $t''=1.50[s]$ en:

$$\vec{r}(t'')=14.76\cos(83.52)\cdot 1.50\hat{i}+[2.7+14.76\sin(83.52)\cdot 1.50-4.9\cdot\ 1.50^2]\hat{j}[m]$$

La altura máxima es 13.68[m] 3p

e) La rapidez ($|\vec{v}|$) con la que entra al aro.

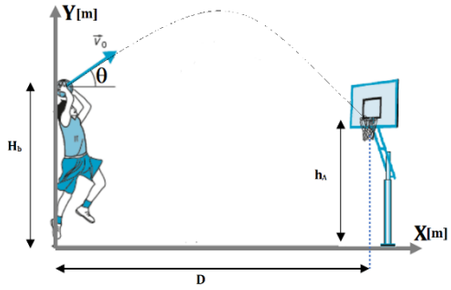
Para determinar la velocidad con la que el balón entra en el aro se evalúa en el tiempo de vuelo del balón en la ecuación de velocidad:

$$\vec{v}(t=3[s])=14.76\cos(83.52)\hat{i}+(14.76\sin(83.52)-9.8*3)\hat{j}=1.67\hat{i}-14.73\hat{j}$$ 2p

La rapidez de salida es:

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=14.83[m/s]$$ 3p

Problema. El basquetbolista Sakuragi realiza una apuesta a su eterno rival Rukawa la que consite en encestar con un tiro con salto, como se muestra en la figura. Si Sakuragi suelta el balón a una altura $\mathbf{H_b=3.3[m]}$ con una rapidez de salida al balón de $\mathbf{V_0}$ con un ángulo de salida $\boldsymbol{\theta}$ una distancia del aro **D=6.0[m]**. Si la altura del aro es $\mathbf{h_A=2.4[m]}$ y considernado que Sakuragi gana la apuesta tomandole un tiempo de 2.5**[s]**, entonces determine para el balón:



a) Condiciones iniciales (con **θ y V_0** incógnitas).

$$\vec{a}=\vec{g}=-9.8\hat{j}[m/s^2] \quad \vec{v_0}=v_0\cos\theta\hat{i}+v_0\sin\theta\hat{j}[m/s] \quad \vec{r_0}=0\hat{i}+H_b\vec{j}=3.3\hat{j}[m]$$

(0,5p) (1p) (0,5p)

b) (Integrando) Las ecuaciones de movimiento.

Para la obtener la ecuación de velocidad** $\vec{v}(t)$

$$\vec{v}(t)=\int \vec{a}dt=\int -9.8\hat{j}dt=-9.8t\hat{j}+C_1$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$\vec{v}(t=0)=v_0\cos\theta\hat{i}+v_0\sin\theta\hat{j}=-9.8*0+C_1$

$C_1=v_0\cos\theta\hat{i}+v_0\sin\theta\hat{j}$

Entonces la ecuación para la velocidad resulta:

$\vec{v}(t)=v_0\cos\theta\hat{i}+(v_0\sin\theta-9.8t)\hat{j}$ (2p)

Para la obtener la ecuación de posición $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}(t)=\int \vec{v}dt=\int[v_0\cos\theta\hat{i}+(v_0\sin\theta-9.8t)\hat{j}]dt=[v_0\cos\theta\, t\hat{i}+(v_0\sin\theta\, t-9.8\frac{t^2}{2})\hat{j}]+C_2$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$\vec{r}(t=0)=3.3\hat{j}=[v_0\cos\theta\cdot 0\hat{i}+(v_0\sin\theta\cdot 0-9.8\frac{0^2}{2})\hat{j}]+C_2 \rightarrow \ C_2=3.3\hat{j}$

Entonces la ecuación para la posición resulta:

$\vec{r}(t)=[v_0\cos\theta\, t\hat{i}+(3.3+v_0\sin\theta\, t-4.9\,t^2)\hat{j}][m]$ (2p)

c) Valor de la rapidez de salida $\mathbf{V_0}$ y del ángulo de salida **θ**.

Como el balón entra en el aro cumple la condición de posición y tiempo:

$\vec{r}(t_e)=D\hat{i}+h_A\hat{j}=[v_0\cos\theta\, t_e\hat{i}+(H_b+v_0\sin\theta\, t_e-4.9t_e^2)\hat{j}]$

Para este caso $t_e=2.5[s]$:

$6\hat{i}+2.5\hat{j}=[v_0\cos\theta\cdot 2.5\hat{i}+(3.3+v_0\sin\theta\cdot 2.5-4.9\cdot 2.5^2)\hat{j}]$

igualando por componente se obtiene:

2p

(1) $6.0=v_0\cos\theta\cdot 2.5$

(2) $2.4=3.3+v_0\sin\theta\cdot 2.5-4.9\cdot 2.5^2$

Despejamos v_0 de la ecuación (1):

$$v_0=\frac{D}{\cos\theta\cdot t_e}=\frac{6}{\cos\theta\cdot 2.5}$$

Reemplazamos en (2):

$$2.4=3.3+\frac{6}{\cos\theta\cdot 2.5}\sin\theta\cdot 2.5-4.9\cdot 2.5^2$$

$$-4.9\cdot 2.5^2+6.0\tan\theta+(3.3-2.4)=0$$

Despejando $\tan\theta$

$$\tan\theta=\frac{4.9t_e^2-(H_b-h_A)}{D}=\frac{4.9\cdot 2.5^2-(3.3-2.4)}{6.0}$$

Entonces:

$\tan\theta=4.95\Rightarrow\ \theta=78.59^\circ$ 3p

La rapidez de salida es v_0:

$v_0=12.13[m/s]$ 3p

d) Altura máxima.

La característica es $\vec{v}(t')=\vec{v_x}+0\hat{j}$ en la altura máxima la componente de velocidad en Y es cero.
Reemplazamos en la ecuación para la velocidad:

$\vec{v}(t'')=v_0\cos\theta\hat{i}+(v_0\sin\theta-9.8t'')\hat{j}=12.13\cos(78.59)\hat{i}+0$ (1p)

entonces al igualar las componentes se obtiene:

$$12.13\sin(78.59)-9.8t''=0\rightarrow\ \ t''=\frac{12.13\sin(78.59)}{9.8}=1.21[s]$$ (2p)

El tiempo en alcanzar la altura máxima es $t''=1.21[s]$

Evaluamos el tiempo $t''=1.21[s]$ en:

$\vec{r}(t'')=12.13\cos(78.59)\cdot 1.21\hat{i}+[2.7+12.13\sin(78.59)\cdot 1.21-4.9\cdot\ 1.21^2]\hat{j}[m]$

La altura máxima es 10.51[m] (3p)

e) La rapidez ($|\vec{v}|$) con la que entra al aro.

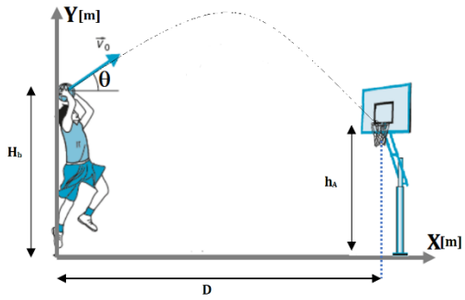
Para determinar la velocidad con la que el balón entra en el aro se evalúa en el tiempo de vuelo del balón en la ecuación de velocidad:

$$\vec{v}(t=2.5[s])=12.13\cos(78.59)\hat{i}+(12.13\sin(78.59)-9.8*2.5)\hat{j}=2.4\hat{i}-12.60\hat{j}$$ 2p

La rapidez de salida es:

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=12.84[m/s]$$ 3p

Problema. El basquetbolista Sakuragi realiza una apuesta a su eterno rival Rukawa la que consite en encestar con un tiro con salto, como se muestra en la figura. Si Sakuragi suelta el balón a una altura **H_b=3.1[m]** con una rapidez de salida al balón de **V_0** con un ángulo de salida **θ** una distancia del aro **D=3.8[m]**. Si la altura del aro es **h_A=2.6[m]** y considernado que Sakuragi gana la apuesta tomandole un tiempo de 2**[s]**, entonces determine para el balón:



a) Condiciones iniciales (con **θ y V_0** incógnitas).

$\vec{a} = \vec{g} = -9.8\hat{j}[m/s^2]$ $\quad \vec{v}_0 = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}[m/s]$ $\quad \vec{r}_0 = 0\hat{i} + H_b\vec{j} = 3.1\hat{j}[m]$

0,5p 1p 0,5p

b) (Integrando) Las ecuaciones de movimiento.

Para la obtener la ecuación de velocidad** $\vec{v}(t)$

$\vec{v}(t) = \int \vec{a}dt = \int -9.8\hat{j}dt = -9.8t\hat{j} + C_1$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$\vec{v}(t=0) = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j} = -9.8*0 + C_1$

$C_1 = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}$

Entonces la ecuación para la velocidad resulta:

$\vec{v}(t) = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}$ (2p)

Para la obtener la ecuación de posición $\vec{r}(t)$

$\vec{r}(t) = \int \vec{v}dt = \int [v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}]dt = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (v_0\sin\theta\, t - 9.8\frac{t^2}{2})\hat{j}] + C_2$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$\vec{r}(t=0) = 3.1\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 0\hat{i} + (v_0\sin\theta\cdot 0 - 9.8\frac{0^2}{2})\hat{j}] + C_2 \rightarrow \; C_2 = 3.1\hat{j}$

Entonces la ecuación para la posición resulta:

$\vec{r}(t) = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (3.1 + v_0\sin\theta\, t - 4.9\,t^2)\hat{j}][m]$ (2p)

c) Valor de la rapidez de salida **V_0** y del ángulo de salida **θ**.

Como el balón entra en el aro cumple la condición de posición y tiempo:

$\vec{r}(t_e) = D\hat{i} + h_A\hat{j} = [v_0\cos\theta\, t_e\hat{i} + (H_b + v_0\sin\theta\, t_e - 4.9t_e^2)\hat{j}]$

Para este caso $t_e = 2[s]$:

$3.8\hat{i} + 2\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 2\hat{i} + (3.1 + v_0\sin\theta\cdot 2 - 4.9\cdot 2^2)\hat{j}]$

igualando por componente se obtiene:

2p
(1) $3.8 = v_0\cos\theta\cdot 2$
(2) $2.6 = 3.1 + v_0\sin\theta\cdot 2 - 4.9\cdot 2^2$

Despejamos v_0 de la ecuación (1):

$$v_0 = \frac{D}{\cos\theta\cdot t_e} = \frac{6}{\cos\theta\cdot 2}$$

Reemplazamos en (2):

$$2.6 = 3.1 + \frac{3.8}{\cos\theta\cdot 2}\sin\theta\cdot 2 - 4.9\cdot 2^2$$

$$-4.9\cdot 2^2 + 3.8\tan\theta + (3.1 - 2.6) = 0$$

Despejando $\tan\theta$

$$\tan\theta = \frac{4.9t_e^2 - (H_b - h_A)}{D} = \frac{4.9\cdot 2^2 - (3.1-2.6)}{3.8}$$

Entonces:

$\tan\theta = 5.026 \Rightarrow \; \theta = 78.75°$ (3p)

La rapidez de salida es v_0:

$v_0 = 9.74[m/s]$ (3p)

d) Altura máxima.

La característica es $\vec{v}(t') = \vec{v_x} + 0\hat{j}$ en la altura máxima la componente de velocidad en Y es cero.

Reemplazamos en la ecuación para la velocidad:

$\vec{v}(t'') = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t'')\hat{j} = 9.74\cos(78.75)\hat{i} + 0$ (1p)

entonces al igualar las componentes se obtiene:

$9.74\sin(78.75) - 9.8t'' = 0 \rightarrow \; t'' = \frac{9.74\sin(78.75)}{9.8} = 0.97[s]$ (2p)

El tiempo en alcanzar la altura máxima es $t'' = 0.97[s]$

Evaluamos el tiempo $t'' = 0.97[s]$ en:

$\vec{r}(t'') = 9.74\cos(78.75)\cdot 0.97\hat{i} + [2.7 + 9.74\sin(78.75)\cdot 0.97 - 4.9\cdot 0.97^2]\hat{j}[m]$

La altura máxima es 7.75[m] (3p)

e) La rapidez ($|\vec{v}|$) con la que entra al aro.

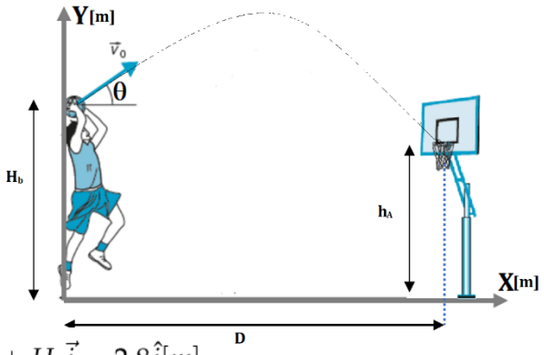
Para determinar la velocidad con la que el balón entra en el aro se evalúa en el tiempo de vuelo del balón en la ecuación de velocidad:

$$\vec{v}(t = 2[s]) = 9.74\cos(78.75)\hat{i} + (9.74\sin(78.75) - 9.8*2)\hat{j} = 1.9\hat{i} - 10.05\hat{j}$$ (2p)

La rapidez de salida es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 10.22[m/s]$$ (3p)

Problema. El basquetbolista Sakuragi realiza una apuesta a su eterno rival Rukawa la que consite en encestar con un tiro con salto, como se muestra en la figura. Si Sakuragi suelta el balón a una altura **H_b=2.8[m]** con una rapidez de salida al balón de **V_0** con un ángulo de salida **θ** una distancia del aro **D=4.4[m]**. Si la altura del aro es **h_A=2.7[m]** y considernado que Sakuragi gana la apuesta tomandole un tiempo de 1.2**[s]**, entonces determine para el balón:



a) Condiciones iniciales (con **θ y V_0** incógnitas).

$$\vec{a} = \vec{g} = -9.8\hat{j}[m/s^2] \qquad \vec{v_0} = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}[m/s] \qquad \vec{r_0} = 0\hat{i} + H_b\hat{j} = 2.8\hat{j}[m]$$

0,5 p 1p 0,5p

b) (Integrando) Las ecuaciones de movimiento.

Para la obtener la ecuación de velocidad** $\vec{v}(t)$

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}dt = \int -9.8\hat{j}dt = -9.8t\hat{j} + C_1$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{v}(t=0) = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j} = -9.8*0 + C_1$$

$$C_1 = v_0\cos\theta\hat{i} + v_0\sin\theta\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la velocidad resulta:

$$\vec{v}(t) = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}$$ (2p)

Para la obtener la ecuación de posición $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}dt = \int [v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t)\hat{j}]dt = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (v_0\sin\theta\, t - 9.8\frac{t^2}{2})\hat{j}] + C_2$$ (1p)

Evaluamos la condición inicial:

$$\vec{r}(t=0) = 2.8\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 0\hat{i} + (v_0\sin\theta\cdot 0 - 9.8\frac{0^2}{2})\hat{j}] + C_2 \rightarrow \; C_2 = 2.8\hat{j}$$

Entonces la ecuación para la posición resulta:

$$\vec{r}(t) = [v_0\cos\theta\, t\hat{i} + (2.8 + v_0\sin\theta\, t - 4.9\, t^2)\hat{j}][m]$$ (2p)

c) Valor de la rapidez de salida **V_0** y del ángulo de salida **θ**.

Como el balón entra en el aro cumple la condición de posición y tiempo:

$$\vec{r}(t_e) = D\hat{i} + h_A\hat{j} = [v_0\cos\theta\, t_e\hat{i} + (H_b + v_0\sin\theta\, t_e - 4.9t_e^2)\hat{j}]$$

Para este caso $t_e = 1.2[s]$:

$$4.4\hat{i} + 2.7\hat{j} = [v_0\cos\theta\cdot 1.2\hat{i} + (2.8 + v_0\sin\theta\cdot 1.2 - 4.9\cdot 1.2^2)\hat{j}]$$

igualando por componente se obtiene:

2p
(1) $4.4 = v_0\cos\theta\cdot 1.2$

(2) $2.7 = 2.8 + v_0\sin\theta\cdot 1.2 - 4.9\cdot 1.2^2$

Despejamos v_0 de la ecuación (1):

$$v_0 = \frac{D}{\cos\theta\cdot t_e} = \frac{4.4}{\cos\theta\cdot 1.2}$$

Reemplazamos en (2):

$$2.7 = 2.8 + \frac{4.4}{\cos\theta\cdot 1.2}\sin\theta\cdot 1.2 - 4.9\cdot 1.2^2$$

$$-4.9\cdot 1.2^2 + 4.4\tan\theta + (2.8 - 2.7) = 0$$

Despejando $\tan\theta$

$$\tan\theta = \frac{4.9t_e^2 - (H_b - h_A)}{D} = \frac{4.9\cdot 1.2^2 - (2.8 - 2.7)}{4.4}$$

Entonces:

$$\tan\theta = 1.58 \Rightarrow \theta = 57.68^\circ$$ 3p

La rapidez de salida es v_0:

$$v_0 = 6.86[m/s]$$ 3p

d) Altura máxima.

La característica es $\vec{v}(t') = \vec{v_x} + 0\hat{j}$ en la altura máxima la componente de velocidad en Y es cero.
Reemplazamos en la ecuación para la velocidad:

$$\vec{v}(t'') = v_0\cos\theta\hat{i} + (v_0\sin\theta - 9.8t'')\hat{j} = 6.86\cos(57.68)\hat{i} + 0$$ (1p)

entonces al igualar las componentes se obtiene:

$$6.86\sin(57.68) - 9.8t'' = 0 \rightarrow \; t'' = \frac{6.86\sin(57.68)}{9.8} = 0.59[s]$$

El tiempo en alcanzar la altura máxima es $t'' = 0.59[s]$ (2p)

Evaluamos el tiempo $t'' = 0.59[s]$ en:

$$\vec{r}(t'') = 6.86\cos(57.68)\cdot 0.59\hat{i} + [2.7 + 6.86\sin(57.68)\cdot 0.59 - 4.9\cdot 0.59^2]\hat{j}[m]$$

La altura máxima es 4.51[m] 3p

e) La rapidez ($|\vec{v}|$) con la que entra al aro.

Para determinar la velocidad con la que el balón entra en el aro se evalúa en el tiempo de vuelo del balón en la ecuación de velocidad:

$$\vec{v}(t = 1.2[s]) = 6.86\cos(57.68)\hat{i} + (6.86\sin(57.68) - 9.8*2)\hat{j} = 3.66\hat{i} - 5.96\hat{j}$$ (2p)

La rapidez de salida es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 7.0[m/s]$$ (3p)